

9. Übungsblatt: Turingmaschinen



Aufgabe 1. (H 5 Punkte)

Der Weihnachtsmann hat n Geschenke auf seinem Schlitten, welcher von m Rentieren gezogen wird. Der Schlitten fährt nur, wenn $n \leq m$. Vor ihm liegen k Häuser. Dies wird beschrieben durch ein Wort $g^n s r^m h^k$. Geben Sie eine Turingmaschine an, die die Sprache der Beschreibungen, nach denen der Weihnachtsmann zu jedem Haus mindestens ein Geschenk bringen kann, akzeptiert (Geschenke tragen, wegwerfen, mehrfach fahren o. Ä. gilt nicht).

Aufgabe 2. (H) (4 Punkte)

Gegeben sei die Turingmaschine $(\{z_0, z_1, z_2, z_e, z_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \square\}, \delta, z_0, \square, \{z_e\})$, wobei δ wie folgt gegeben ist:

δ	0	1	\square
z_0	$(z_0, 0, R)$	$(z_0, 1, R)$	(z_1, \square, L)
z_1	$(z_1, 1, L)$	$(z_2, 0, L)$	(z_f, \square, N)
z_2	$(z_2, 0, L)$	$(z_2, 1, L)$	(z_e, \square, R)
z_e	—	—	—
z_f	—	—	—

Geben Sie die Konfigurationsfolge der Turingmaschine bei Eingabe 1000 an. Welche Funktion berechnet die Turingmaschine? Hierbei sei der Funktionswert der Inhalt des Bandes nach Erreichen eines akzeptierenden Endzustandes.

Aufgabe 3. (H) (5+5 Punkte)

Geben Sie (kontextsensitive Grammatiken und) linear beschränkte Automaten für zwei der folgenden Sprachen an:

- $\{ww \mid w \in \{0, 1\}^+\}$
- $\{b_n \& 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
- $\{a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$
- $\{a^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}\}$

Aufgabe 4. (H) (6 Punkte)

Geben Sie eine Turingmaschine an, die eine Binärcodierung durchführt, d.h. auf Eingabe 0^n rechnet, bis b_n auf dem Band steht und dann stoppt.

Aufgabe 5. (H) (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass eine deterministisch kontextfreie Sprache existiert, die nicht von einem deterministischen Kellerautomaten ohne ϵ -Übergänge erkannt werden kann. Dazu:

- Zeigen Sie, dass die Sprache $L = \{a^i b^j c^i \mid i, j \geq 0\} \cup \{a^i b^j d^j \mid i, j \geq 0\}$ deterministisch kontextfrei ist.
- (T) Zeigen Sie, dass L nicht von einem deterministischen Kellerautomaten ohne ϵ -Übergänge erkannt werden kann.

Preisaufgabe

Ist die Sprache $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \text{ und } \#_b(w) \text{ sind teilerfremd}\}$ kontextfrei?

